Logaritmické rovnice

Název školy	Gymnázium, Šternberk, Horní nám. 5
Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0218
Šablona	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Označení materiálu	VY_32_INOVACE_Čerm_14a
Vypracoval(a), Dne	Mgr. Jana Čermáková, 2.2. 2013
Ověřeno (datum)	12 .2.2013
Předmět	Matematika
Třída	4.A
Téma hodiny	Logaritmické rovnice
Druh materiálu	Prezentace
Anotace	Vysvětlení způsobu řešení a procvičení řešení exponenciálních rovnic . Materiál lze využít při probírání učiva ve 2. ročníku , ale i při opakování učiva ve 4. ročníku.

- jsou rovnice s neznámou v argumentu logaritmické funkce
- součástí řešení je **určení podmínek řešitelnosti** nebo **provedení zkoušky**
- **je třeba využívat základní pravidla pro počítání s logaritmy:**
- pro každé $a > 0$; $a \neq 1$, platí:
- $\log_a x + \log_a y = \log_a x.y$
- $\log_a x - \log_a y = \log_a$
- $\log_a x^n = n.\log_a x$

- **V oboru reálných čísel řešte rovnici**
- **a) $\log(3x - 2) = 2\log(x - 2)$**
- **b) $\log^2 x + \log x^2 - 3 = 0$**

- Řešení viz pracovní list

- Úkoly k procvičení:
- a) $\log^2 x + \log x^3 + 2 = 0$
- b) $\log (2x - 2) = 2 \log (x - 5)$
- c) $\log^2 x = - \log x^3 + 2$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název školy	**Gymnázium, Šternberk, Horní nám. 5**
Číslo projektu	**CZ.1.07/1.5.00/34.0218**
Šablona	**III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT**
Označení materiálu	VY_32_INOVACE_Čerm_14b
Vypracoval(a), Dne	Mgr. Jana Čermáková, 2.2. 2013
Ověřeno (datum)	12 .2.2013
Předmět	Matematika
Třída	4.A
Téma hodiny	Logaritmické rovnice
Druh materiálu	Pracovní list
Anotace	Vysvětlení způsobu řešení a procvičení řešení exponenciálních rovnic . Materiál lze využít při probírání učiva ve 2. ročníku , ale i při opakování učiva ve 4. ročníku.

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Logaritmické rovnice

Logaritmické rovnice jsou rovnice s neznámou v argumentu logaritmické funkce.
U logaritmických rovnic je součástí řešení **určení podmínek řešitelnosti** nebo provedení **zkoušky.**

Je třeba využívat základní pravidla pro počítání s logaritmy:

Pro každé $a > 0$; $a \neq 1$, platí:

$\log_a x + \log_a y = \log_a x.y$

$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$

$\log_a x^n = n.\log_a x$

V oboru reálných čísel řešte rovnici
a) $\log(3x - 2) = 2\log(x - 2)$

podm.: $3x - 2 > 0 \rightarrow x > \frac{2}{3}$

$x - 2 > 0 \rightarrow x > 2$

$\log(3x - 2) = 2\log(x - 2)$

$\log(3x - 2) = \log(x - 2)^2$ / odlogaritmujeme

$3x - 2 = (x - 2)^2$

$3x - 2 = x^2 - 4x + 4$

$x^2 - 7x + 6 = 0$

$x_1 = 6$

$x_2 = 1 \rightarrow$ nevyhovuje podmínce $\rightarrow K = \{ 6 \}$

b) $\frac{1}{2}\log(2x - 3) = \log(x - 3)$

podm.: $2x - 3 > 0 \rightarrow x > \frac{3}{2}$

$x - 3 > 0 \rightarrow x > 3$

$\log (2x - 3)^{\frac{1}{2}} = \log (x - 3)$ / odlogaritmujeme

$(2x - 3)^{\frac{1}{2}} = (x - 3)$

$\sqrt{2x - 3} = x - 3$ / umocníme

$x^2 - 8x + 12 = 0$

$x_1 = 2 \rightarrow$ nevyhovuje podmínce

$x_2 = 6 \rightarrow K = \{ 6 \}$

c) $\log^2 x + \log x^2 - 3 = 0$

podm.: $x > 0$

$\log^2 x + 2\log x - 3 = 0$

subst.: $\log x = a$

$a^2 + 2a - 3 = 0$

$a_1 = 1 \rightarrow \log x_1 = 1 \rightarrow x_1 = 10$

$a_2 = -3 \rightarrow \log x_2 = -3 \rightarrow x_2 = 0{,}001$

obě řešení vyhovují podmínce → $K = \{ 10, 0{,}001 \}$

Úkoly k procvičení:

1.Z nabízených možností vyber správné řešení:

a) $\log^2 x + \log x^3 + 2 = 0$ a) $K = \{- 2,- 1\}$ b) $K = \{ 0{,}01, 0{,}1\}$ c) $K = \{1, 2\}$ d) $K = \{1, 0{,}1\}$

b) $2.\log_2 \sqrt{x} + \log_2 2x - 3 = 0$ a) $K = \{- 2\}$ b) $K = \{ 2\}$ c) $K = \{0, 2\}$ d) $K = \{- 0{,}1\}$

c) $- \log \frac{1}{x^4} + \log 10x - 6 = 0$ a) $K = \{1\}$ b) $K = \{0{,}1\}$ c) $K = \{10\}$ d) $K = \{- 10 \}$

2. V množině R řeš rovnice:

a) $\frac{1}{2} \log (3x - 2) = \log (x - 4)$ $K = \{ 9 \}$

b) $- \log_3 \frac{1}{x^2} + \log_3 3x - 4 = 0$ $K = \{ 3 \}$

c) $\log (2x - 2) = 2 \log (x - 5)$ K = { 9}

3. Urči podmínky řešitelnosti rovnic :

a) $\log^2 x = - \log x^3 + 2$

b) $- \log \frac{1}{x^4} + \log 10 x = 6$

c) $\log (2x - 2) - 2 \log (x - 5) = 0$

Další úkoly k procvičení je možné čerpat např.:

PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám a vysoké školy*. Praha: Prometheus, 2007. ISBN 978-80-7196-099-7.

KUBÁT, Josef. *Sbírka úloh z matematiky pro přípravu k maturitní zkoušce a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. Praha: Prometheus, 2004. ISBN 80-7196-298-8.