

# **SPOŘENÍ KRÁTKODOBÉ**

Finanční  
matematika 5



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

|                    |                                                                                                                                                                                                                                                            |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Název školy        | Gymnázium, Šternberk, Horní nám. 5                                                                                                                                                                                                                         |
| Číslo projektu     | CZ.1.07/1.5.00/34.0218                                                                                                                                                                                                                                     |
| Šablona            | III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT                                                                                                                                                                                                      |
| Označení materiálu | VY_32_INOVACE_Něm05                                                                                                                                                                                                                                        |
| Vypracoval(a), Dne | RNDr. Marie Němcová, 7. 7. 2013                                                                                                                                                                                                                            |
| Ověřeno (datum)    | 28. 2. 2014                                                                                                                                                                                                                                                |
| Předmět            | Matematika                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Třída              | 4. B                                                                                                                                                                                                                                                       |
| Téma hodiny        | Finanční matematika 5 (FM 5)                                                                                                                                                                                                                               |
| Druh materiálu     | Prezentace                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Anotace            | Prezentace je určena pro 4. ročník gymnázií. Prezentace pojednává o speciálním typu spojení, tzv. spojení krátkodobém. Jsou zde uvedeny dvě varianty tohoto spojení, každá s řešeným příkladem. Závěrem je uveden příklad neřešený pro vlastní procvičení. |

# KRÁTKODOBÉ SPOŘENÍ

- Doba spoření nepřesáhne jedno úrokové období (obvykle 1 rok, předpokládáme roční úrokové období).
- Úroky jsou připisovány na konci doby spoření. Jednotlivé složky jsou úročeny na základě jednoduchého úročení.

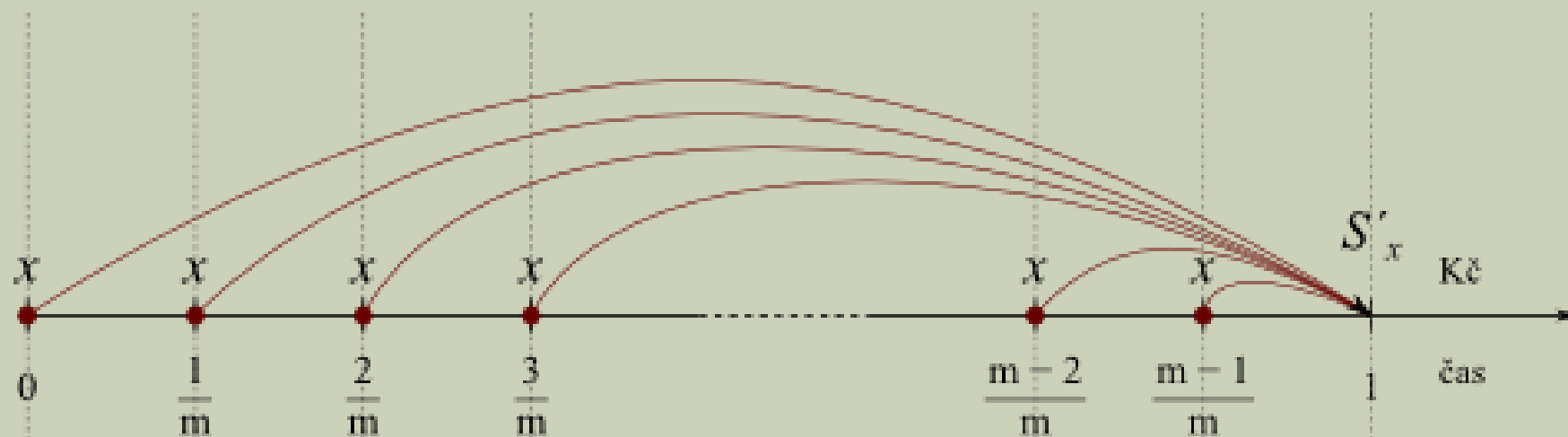
# KRÁTKODOBÉ SPOŘENÍ

## Předlůhnutí

- Ukládáme vždy na začátku každé  $m$ -tiny roku.
- Chceme zjistit, kolik budou činit úspory i s úroky na konci roku při roční úrokové sazbě  $i$ :

$$S_x = m \cdot x \left( 1 + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot i \right)$$

kde  $x$  je částka, kterou spoříme každou  $1/m$ -tinu roku.



Příklad pro  $m = 12$

|   |                |                |                |       |       |                 |                 |          |
|---|----------------|----------------|----------------|-------|-------|-----------------|-----------------|----------|
|   | leden          | únor           | březen         | duben | ..... | říjen           | listopad        | prosinec |
| 0 | $\frac{1}{12}$ | $\frac{2}{12}$ | $\frac{3}{12}$ |       |       | $\frac{10}{12}$ | $\frac{11}{12}$ | 1        |

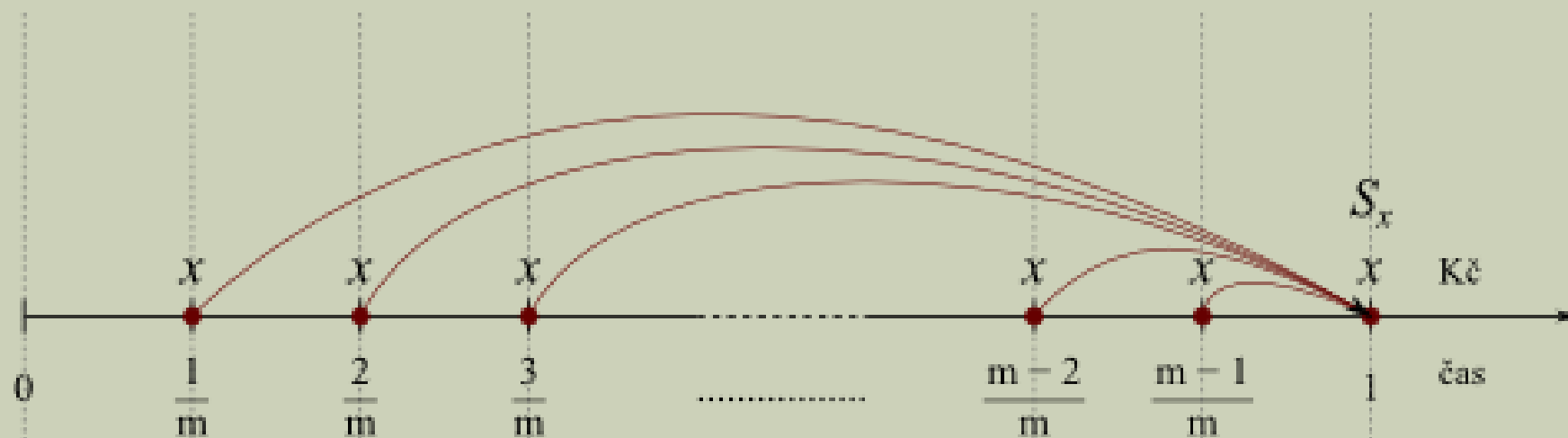
# KRÁTKODOBÉ SPOŘENÍ

## Polhůtní

- Ukládáme vždy na konci každé  $m$ -tiny roku.
- Chceme zjistit, kolik budou činit úspory i s úroky na konci roku při roční úrokové sazbě  $i$ :

kde  $x$  je částka, kterou spoříme každou  $1/m$ -tinu roku.

$$S_x = m \cdot x \left( 1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i \right)$$



Příklad pro  $m = 12$

|   |                |                |                |       |       |                 |                 |          |
|---|----------------|----------------|----------------|-------|-------|-----------------|-----------------|----------|
|   | leden          | únor           | březen         | duben | ..... | říjen           | listopad        | prosinec |
| 0 | $\frac{1}{12}$ | $\frac{2}{12}$ | $\frac{3}{12}$ |       |       | $\frac{10}{12}$ | $\frac{11}{12}$ | 1        |

# PŘÍKLAD

Na spořicí účet ukládáme počátkem každého měsíce daného roku částku 2000 Kč. Úroková míra je 1,8 % p.a., úrokovací období 1 rok (úročí se na konci roku).

Vypočtete celkový (zdaněný) úrok za daný rok a částku, která je na účtu na konci roku za předpokladu, že na začátku roku byl stav na účtu nulový.

## ŘEŠENÍ:

Jde o tzv. *krátkodobé* (předlhůtní) spoření, kdy celková úrokovací doba je částí jednoho úrokovacího období.

Označme  $S = 2000$  Kč,  $i = 0,018$ ,  $k = 0,85$ , celkový úrok za rok je  $u$ , naspořená částka za rok včetně úroků je  $S_r$ .

V průběhu roku používáme jednoduché úročení, protože úrok je připsán na účet až na konci roku.

Úročený kapitál se však v jednotlivých měsících roku navyšuje:

## ŘEŠENÍ:

První měsíc se úročí částka  $S$ , úrok za první měsíc je tedy

$$u_1 = S \cdot \frac{i}{12} \cdot k,$$

druhý měsíc se úročí částka  $2S$ , úrok za druhý měsíc je tedy

$$u_2 = 2S \cdot \frac{i}{12} \cdot k,$$

$\vdots$

$\vdots$

poslední měsíc se úročí částka  $12S$ , úrok za posl. měsíc je tedy

$$u_{12} = 12 \cdot S \cdot \frac{i}{12} \cdot k.$$

(Úroky za jednotlivé měsíce tvoří aritmetickou posloupnost.)

## ŘEŠENÍ:

Celkový úrok za rok je pak (s využitím vzorce pro součet členů arit. posloupnosti)

$$u = \frac{S \cdot i \cdot k}{12} 1 + 2 + \dots + 12 = \frac{S \cdot i \cdot k}{12} \cdot 6 \cdot 13 = \frac{13}{2} \cdot S \cdot i \cdot k = 6,5 \cdot 2000 \cdot 0,018 \cdot 0,85 = 199 \text{ Kč.}$$

Celková naspořená částka je  $S_r = 12 \cdot 2000 + 199 = 24199 \text{ Kč.}$

# PŘÍKLAD

Paní Jarešová si spořila každého 10. v měsíci částku 5000 Kč na spořicí účet se stálou úrokovou mírou 3 % p.a., první vklad byl proveden 10.4.2008. Úročilo se vždy na konci kalendářního měsíce.

- Jakou částku měla paní Jarešová na účtě koncem června roku 2011, jestliže po celou dobu spoření nebyly prováděny žádné výběry z účtu?
- Kolik činil čistý úrok za celé období spoření?

## ŘEŠENÍ:

V prvním úrokovacím období (v dubnu 2008) byla uložena částka 5000 Kč a za období od 10.4. do konce měsíce, tedy za 20 dní, byl na konci měsíce připočten úrok ve výši

$$5000 \cdot 0,03 \cdot \frac{20}{360} \cdot 0.85 = 7,08 \text{ Kč.}$$

Situace je rovnocenná uložení částky  $K_0 = 5007,08$  Kč na konci měsíce dubna, ta se úročí v dalším měsíci.

## ŘEŠENÍ:

Na konci druhého úrokovacího období (května) jsme opět „uložili” 5007,08 Kč zahrnující vklad 5000 Kč a úrok z něj od 10.5. do konce května, který ještě není zahrnut v úrocích za květen počítaných ze základu na konci dubna. A stejně to proběhlo ve všech úrokovacích obdobích včetně posledního (tedy června 2011).

## ŘEŠENÍ:

Nejprve vypočteme hodnotu kvocientu

$$q = 1 + 0,03 \cdot \frac{1}{12} \cdot 0,85 = 1,002125 \text{ .}$$

Pak určíme výsledný kapitál na účtu za  $n = 39$  měsíčních úrokovacích období :

$$K_{39} = 5007,08 \cdot \frac{1,002125^{39} - 1}{0,002125} = 203371 \text{ Kč .}$$

## ŘEŠENÍ:

Čistý úrok byl

$$203\,371 - 39 \cdot 5000 = 203\,371 - 195\,000 = 8\,371 \text{ Kč.}$$

# OBECNÉ PRAVIDLO

Na základě úvahy provedené výše můžeme formulovat **obecné pravidlo**:

*V případě, že pravidelný vklad provádíme ve stále stejné dny průběhu úrokovacího období, můžeme pro výpočet celkové naspořené částky použít vzorec pro polhůtní spoření*

$K_n = K_0 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$  , kde za  $K_0$  dosadíme součet ukládaných částek a čistého úroku z nich ode dne

*vkladů do konce úrokovacího období.*

*(Logickou podmínkou je, že interval mezi dvěma vklady je nejvýše roven délce úrok. období.)*

# ZDROJE

- *Odvárko O.: Úlohy z finanční matematiky pro střední školy, Prometheus Praha 2005, ISBN 80-7196-303-8*
- *Odvárko O., Robová J.: Finanční matematika s kalkulačkou Casio, Prometheus Praha 2005*
- *Odvárko O.: Posloupnosti a finanční matematika pro SOŠ a stud. obory SOU, Prometheus Praha 1995, ISBN 978-80-7196-239-7*
- *Odvárko O.: Matematika pro gymnázia – Posloupnosti a řady, Prometheus Praha 1995, ISBN 80-7196-195-7*
- *Klínský P., Chromá D.: Finanční gramotnost - úlohy a metodika, NÚOV Praha 2008*
- *Klínský P., Chromá D., Tešarová S., Janák M.: Finanční gramotnost - obsah a příklady z praxe škol, NÚOV Praha 2008*
- *Radová J. a kol.: Finanční matematika pro každého (7.vydání), Grada Praha 2009, ISBN 978-80-247-3291-6*
- *webové stránky <http://www.penize.cz> , <http://www.finance.cz> , <http://www.mesec.cz> , <http://www.hypoteky-pujcky-uvery.cz> aj.*
- *Petrášková V., Hašek R.: Úvod do financí KMA/ÚF, elektronická učebnice na <http://www.pf.jcu.cz/stru/katedry/m/uf/>*
- <http://www.financni-matematika.cz/images/kratkodobe-sporeni-predlhutni/kratkodobe-sporeni-predlhutni.png>
- <http://www.financni-matematika.cz/images/kratkodobe-sporeni-polhutni/kratkodobe-sporeni-polhutni.png>