

Název školy	Gymnázium, Šternberk, Horní nám. 5
Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0218
Šablona	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Označení materiálu	VY_32_INOVACE_Rych09
Vypracoval, Dne	Mgr. Michal Rychtecký, 29.5.2013
Ověřeno (datum)	30.5.2013
Předmět	Matematika
Třída	V.A
Téma hodiny	Obsahy a obvody geometrických obrazců
Druh materiálu	PowerPointová prezentace
Anotace	Výpočet obvodů a obsahů složených geometrických obrazců, základní postupy pro řešení, praktická ukázka výpočtu na dvou příkladech



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obsahy a obvody geometrických obrazců

Vzorce pro základní geometrické obrazce obsahují Matematické, fyzikální a chemické tabulky.

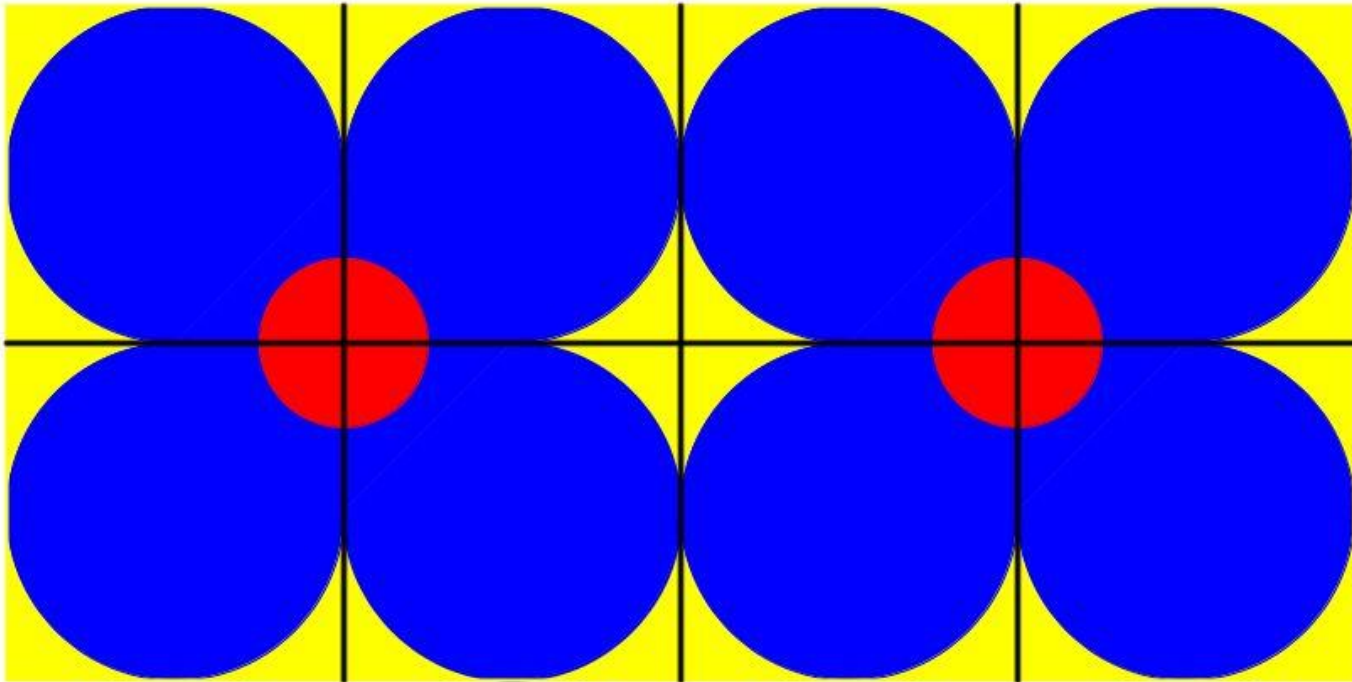
My se budeme zabývat složenými obrazci. Pro řešení takových obrazců existují dvě základní cesty, při kterých budete muset zapojit vaši představivost.

První postup řešení je „rozsekání“ složeného obrazce na jednoduché.

Druhým postupem je doplňování chybějících částí a jejich následné odečtení.

Oba postupy můžeme mezi sebou kombinovat.

Př. 1 Vypočtete obsahy, které zabírají jednotlivé barvy na obrázku. (údaje jsou uvedené v mm)

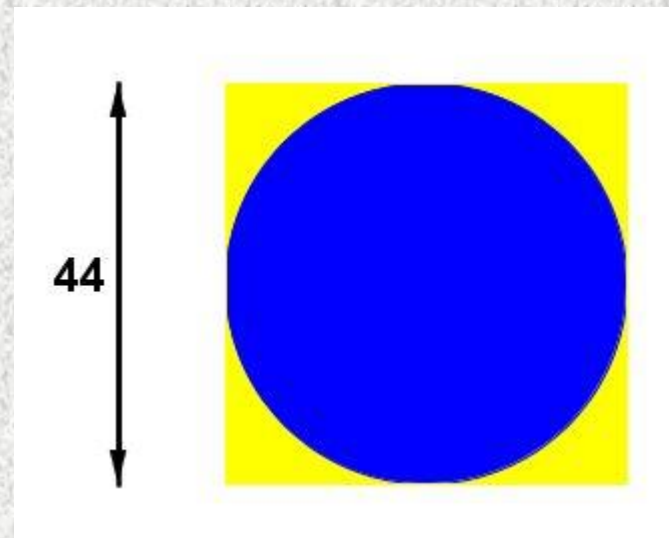


Obsah můžeme vypočítat různými postupy. Já nabízím tento: Obrázek si rozdělíme na 8 shodných částí (čtverců). Stačí vypočítat obsah barev jedné části a vynásobit osmi.

Červená část je čtvrtkruh
o poloměru 11 mm.

$$S = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot r^2$$

$$S = \frac{121}{4} \pi \text{ mm}^2 (95,03)$$



Pokud si odmyslíme pravý dolní roh. Dostaneme kruh vepsaný ve čtverci. Potom můžeme vypočítat obsah **žluté části** jako rozdíl obsahu čtverce a obsahu kruhu. (tři čtvrtiny – jeden roh chybí)

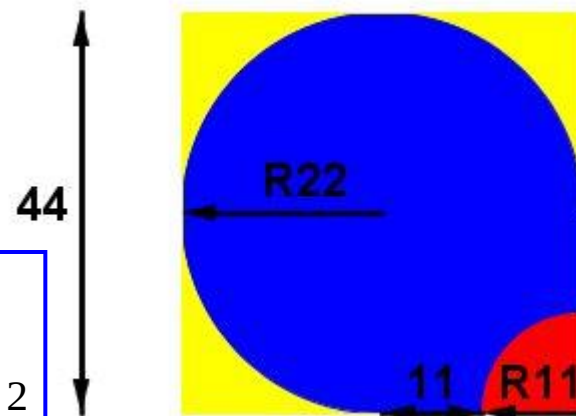
$$S = \frac{3}{4} (S_{\text{č}} - S_{\text{k}}) = \frac{3}{4} (a^2 - \pi \cdot r^2)$$

$$S = 311,60 \text{ mm}^2$$

Modrou část vypočítáme jako rozdíl obsahu čtverce bez tří žlutých rohů a červeného čtvrtkruhu.

$$S = S_{\text{č}} - S_{\text{žlu}} - S_{\text{čer}}$$

$$S = 1936 - 311,60 - 95,03 = 1529,37 \text{ mm}^2$$



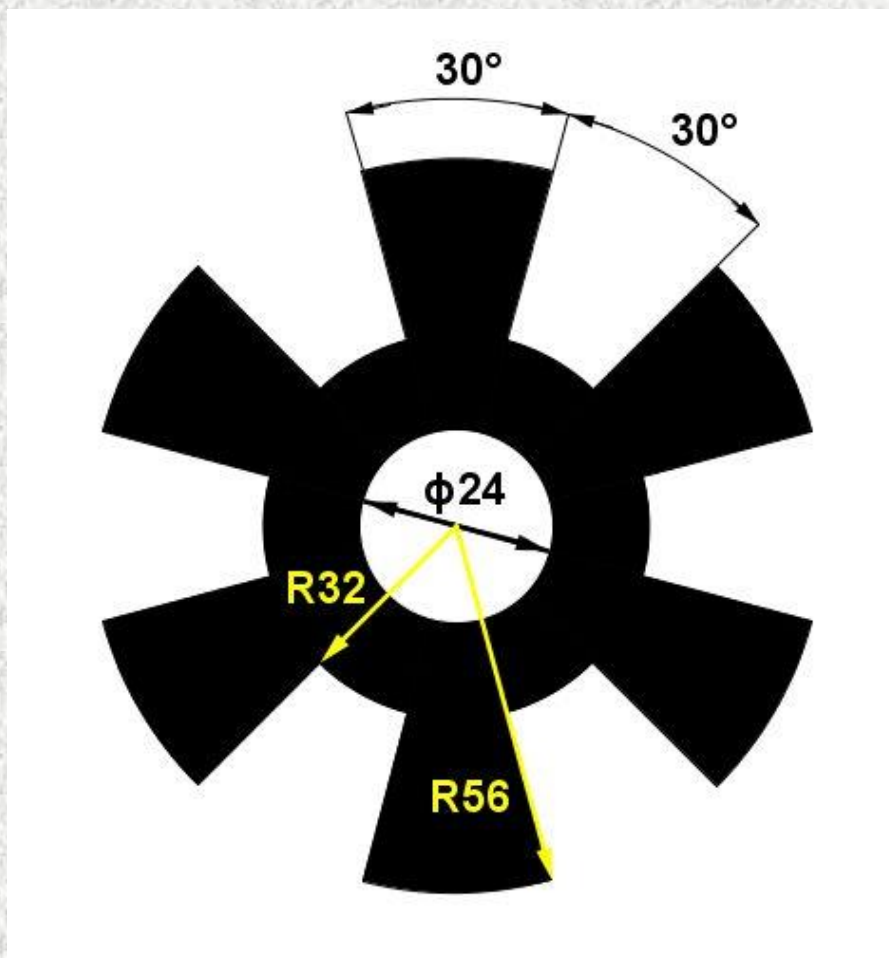
Nesmíme zapomenout na vynásobení osmi.

Červená část **760,24 mm²**

Žlutá část **2492,8 mm²**

Modrá část **12234,96 mm²**

Př. 2 Vypočtete obsah ozubeného kola a jeho vnější obvod. (údaje jsou uvedené v mm)

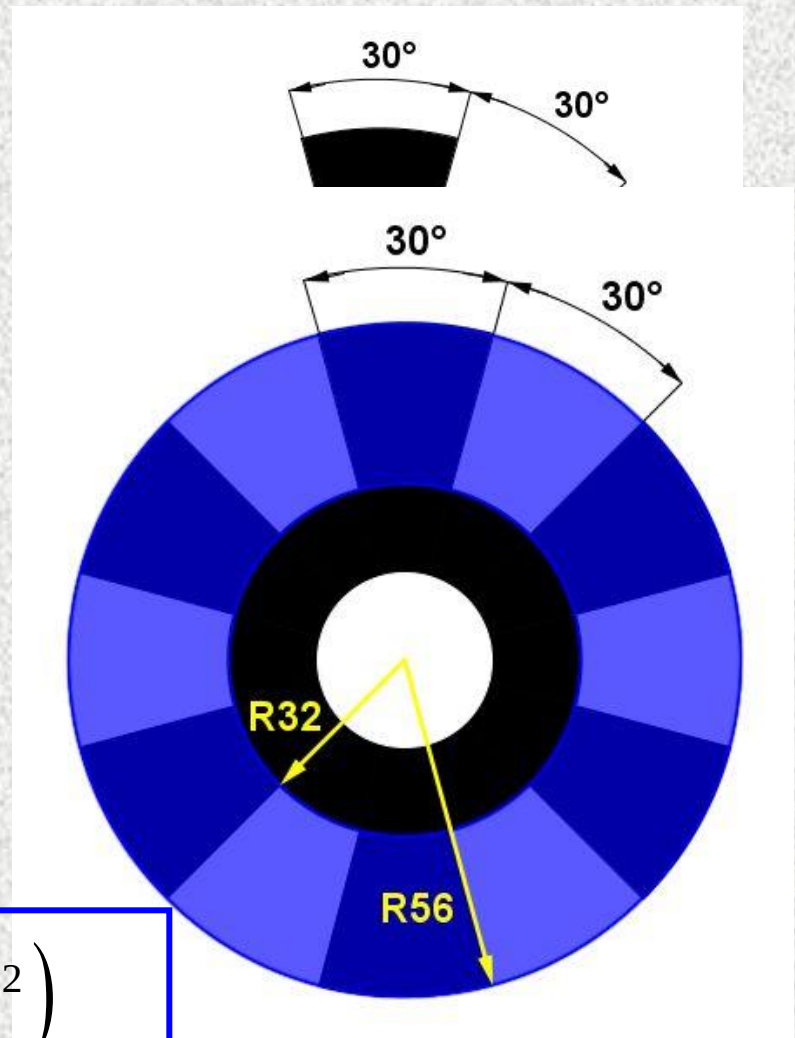


Obsah můžeme vypočítat různými postupy. Já nabízím tento:

Zuby a jejich mezery jsou stejně velké. Můžeme si představit mezikruží rozdělené na dvanáct shodných částí, z nichž počítaný obsah tvoří pouze šest z nich (polovina).

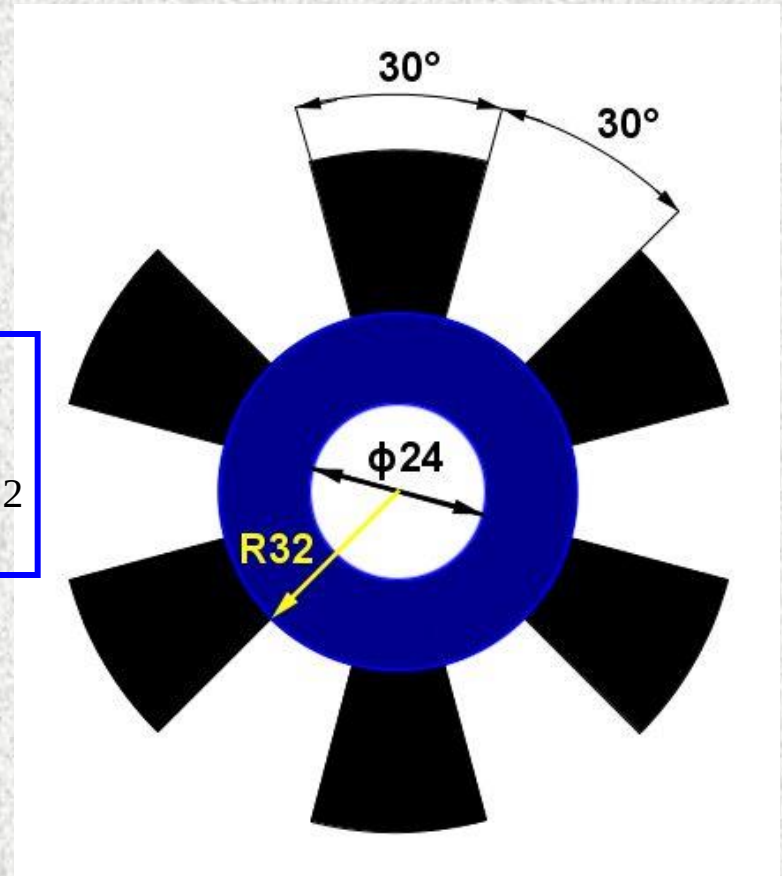
$$S = \frac{1}{2} (S_{\text{vně}} - S_{\text{vni}}) = \frac{1}{2} (\pi \cdot r_{\text{vně}}^2 - \pi \cdot r_{\text{vni}}^2)$$

$$S = \frac{1}{2} (9852,03 - 3216,99) = 3317,52 \text{ mm}^2$$



Vnitřní část ozubeného kola vypočítáme opět jako obsah mezikruží těla s otvorem.

$$S = S_{\text{vně}} - S_{\text{vni}} = \pi \cdot r_{\text{vně}}^2 - \pi \cdot r_{\text{vni}}^2$$
$$S = 3216,99 - 452,39 = 2764,6 \text{ mm}^2$$

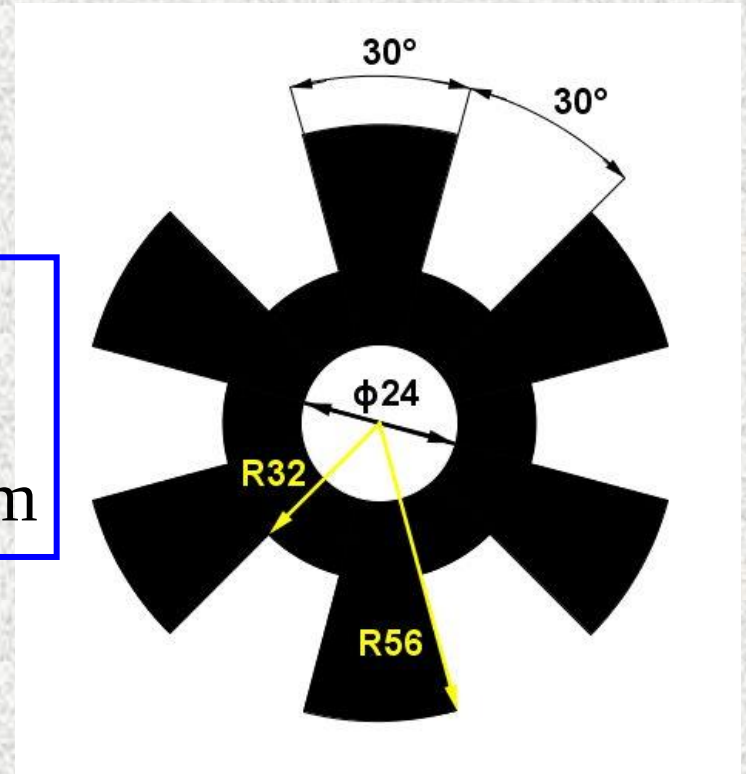


Oba obsahy sečteme a dostáváme výsledný obsah.

Obsah ozubeného kola je **6082,12 mm²**.

Vnější obvod ozubeného kola je tvořen dvěma kružnicemi rozdělených na dvanáct stejných částí a spojkami mezi nimi (rozdíl poloměrů vnější a vnitřní kružnice).

$$o = \frac{1}{2} o_{\text{vně}} + \frac{1}{2} o_{\text{vni}} + 12 \cdot (r_{\text{vně}} - r_{\text{vni}})$$
$$o = 175,93 + 100,53 + 288 = 564,46 \text{ mm}$$



Vnější obvod ozubeného kola je **564,46 mm**.