

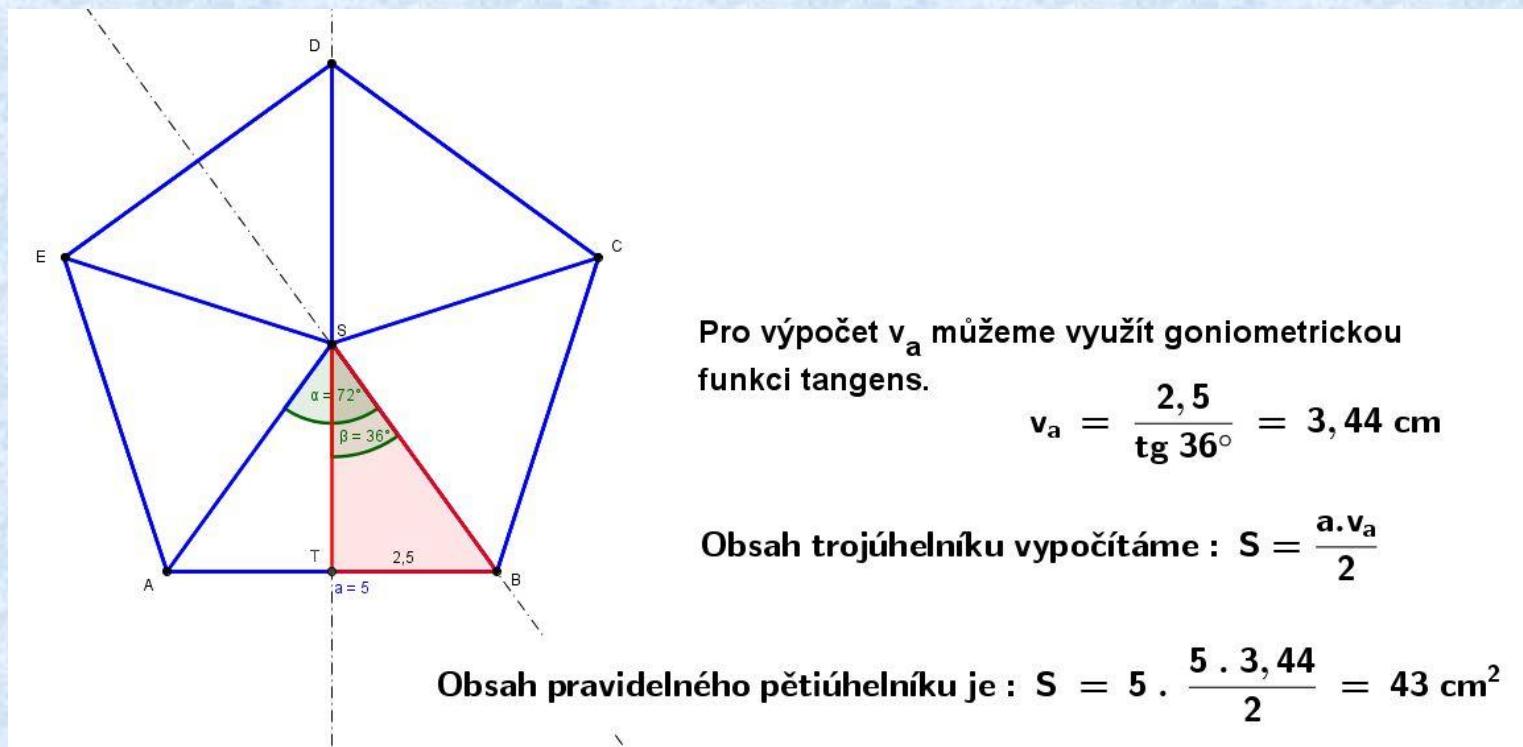
Název školy	Gymnázium, Šternberk, Horní nám. 5
Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0218
Šablona	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Označení materiálu	VY_32_INOVACE_Rych10
Vypracoval, Dne	Mgr. Michal Rychtecký, 30.5.2013
Ověřeno (datum)	4.6.2013
Předmět	Matematika
Třída	V.A
Téma hodiny	Obsah pravidelných mnohoúhelníků
Druh materiálu	PowerPointová prezentace doplněná interaktivním prostředím Geogebra
Anotace	Výpočet obvodů a obsahů pravidelných mnohoúhelníků, pravidelný pětiúhelník, výpočet obsahů u složených útvarů - mozaiky



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obsah pravidelných mnohoúhelníků

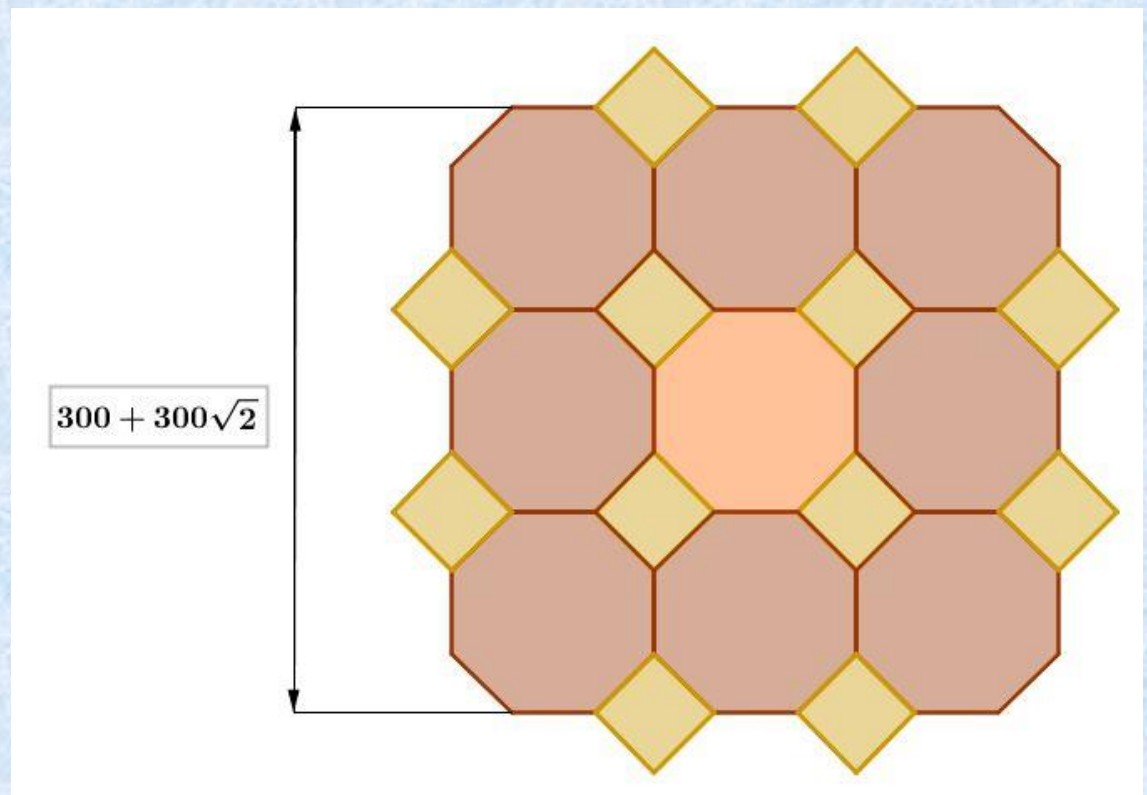
Př. Vypočtete obsah pravidelného pětiúhelníku se stranou 5 cm.



Podobným způsobem můžeme vypočítat kterýkoliv jiný pravidelný mnohoúhelník.

Lidé sestavovali z pravidelných mnohoúhelníků různé mozaiky, které používali na obklady, dlažbu nebo vitráže.

Př. Vypočtete obvod a obsah pravidelných mnohoúhelníků v mozaice. (údaje jsou mm)



Mozaika obsahuje dva mnohoúhelníky – čtverec a pravidelný osmiúhelník.

Délku strany mají oba shodnou, můžeme si ji označit třeba $\underline{a}$.

Zadaný údaj v sobě zahrnuje 3 délky $\underline{a}$ a 3 úhlopříčky čtverce.

Úhlopříčku čtverce o straně $\underline{a}$ vypočítáme pomocí Pythagorovy věty.

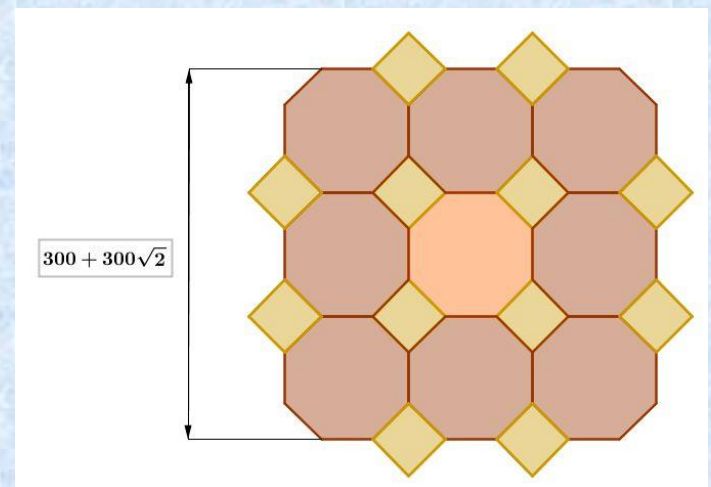
$$a^2 + a^2 = u^2 \Rightarrow u = a \cdot \sqrt{2}$$

Potom sestavíme rovnici a vypočítáme a .

$$3a + 3u = 300 + 300\sqrt{2}$$

$$3a + 3a\sqrt{2} = 300 + 300\sqrt{2}$$

$$a = 100 \text{ mm}$$



Obvod a obsah čtverce je jednoduchou záležitostí:

$$o = 400 \text{ mm}$$

$$S = 10000 \text{ mm}^2$$

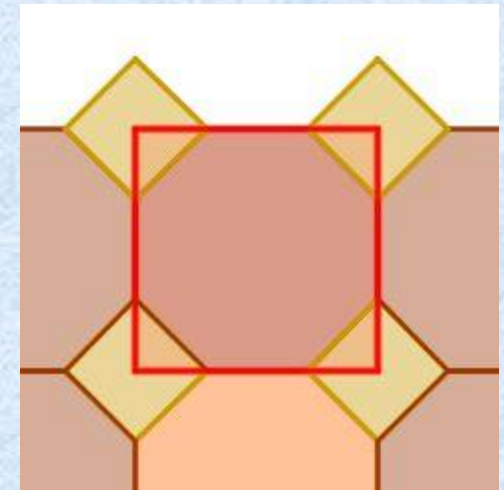
Obvod osmiúhelníku také:

$$o = 800 \text{ mm}$$

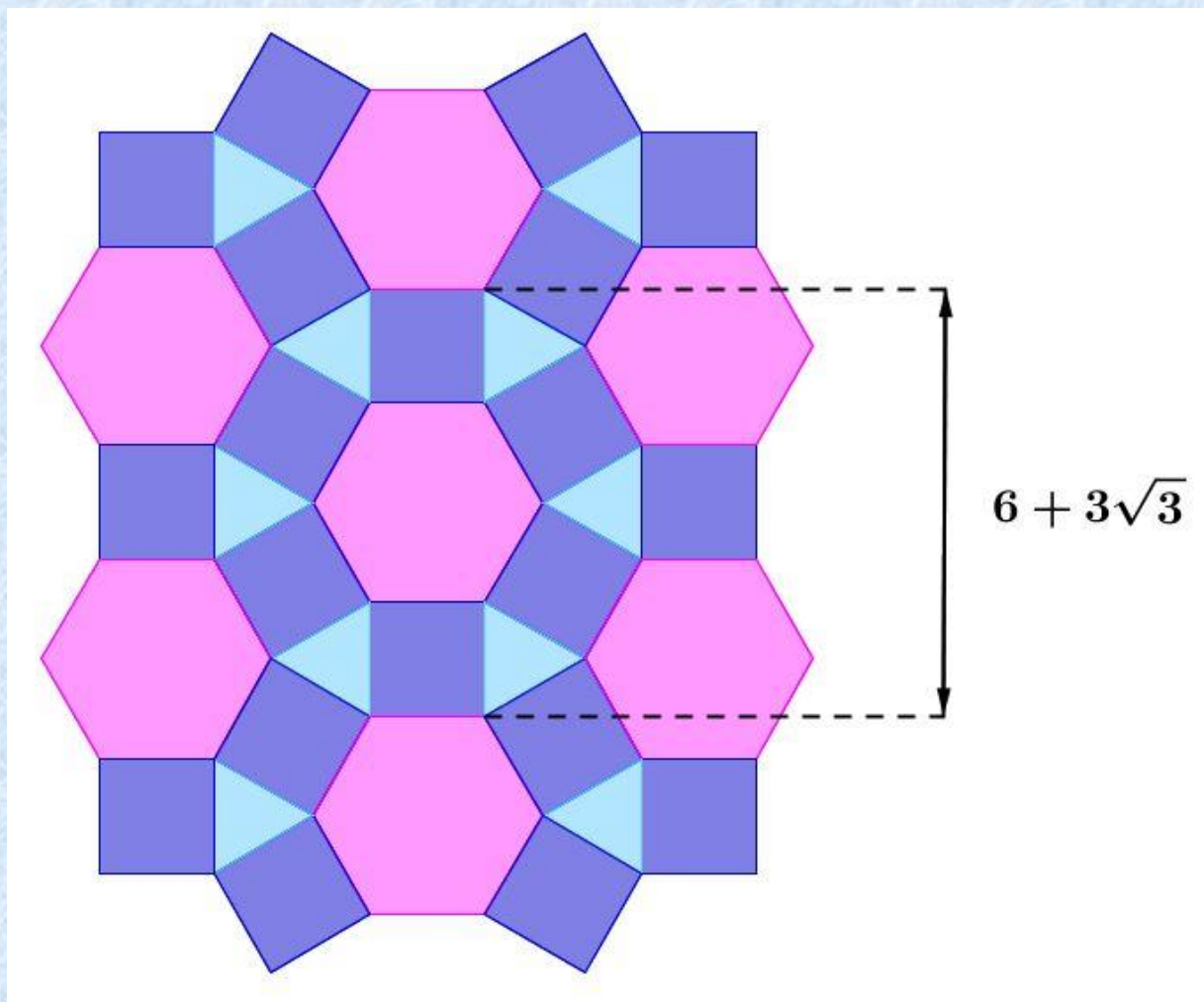
Obsah osmiúhelníku bychom mohli počítat jako v prvním příkladu, ale možná existuje jednodušší cesta.

Mohli bychom doplnit osmiúhelník na čtverec se stranou $(a + u)$ a od výsledku odečíst obsah jednoho malého čtverce.

$$\begin{aligned} S &= (a + u)^2 - a^2 \\ S &= (100 + 100\sqrt{2})^2 - 100^2 \\ S &= 48284,27 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$



Př. Vypočtěte plochu jednotlivých barev. (údaje v dm)



Mozaika obsahuje 7 pravidelných šestiúhelníků, 20 čtverců a 10 rovnostranných trojúhelníků.

Stranu mají všechny shodnou, pojmenujme ji třeba a .

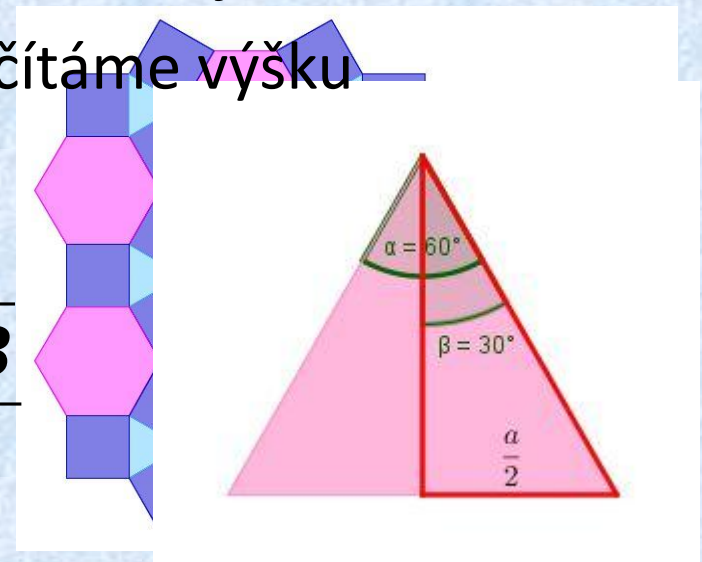
Zadaný údaj v sobě zahrnuje 2 délky a a kratší úhlopříčku šestiúhelníku.

Šestiúhelník můžeme rozdělit na šest rovnostranných trojúhelníků.

Úhlopříčka je dvojnásobkem výšky tohoto trojúhelníku.

Podobně jako v prvním příkladu vypočítáme výšku trojúhelníku.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{a}{v_a} \Rightarrow v_a = \frac{a}{2 \cdot \operatorname{tg} \beta} = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$$



Ted' už můžeme sestavit rovnici a vypočítat délku strany a.

$$2a + u_{\text{š}} = 6 + 3\sqrt{3}$$

$$2a + 2 \cdot \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2} = 6 + 3\sqrt{3}$$

$$a = 3 \text{ dm}$$

Plocha **tmavě modré barvy** (čtverce) je

$$S = 20 \cdot 3^2 = 180 \text{ dm}^2$$

Plocha světle modré barvy (trojúhelníky) je

$$S = 10 \cdot \frac{3 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{45}{2} \cdot \sqrt{3} = 38,97 \text{ dm}^2$$

Plocha růžové barvy (pravidelné šestiúhelníky):

Využijeme toho, že pravidelný šestiúhelník můžeme rozložit na šest rovnostranných trojúhelníků, jejichž obsah jsme právě vypočítali.

$$S = 7 \cdot (6 \cdot S_{\Delta})$$
$$S = 163,68 \text{ dm}^2$$