

Základní poznatky z matematiky

Mgr. Radek Horenský, Ph.D.

Prvočísla

Prvočísla

Prvočíslo je každé přirozené číslo, které je beze zbytku dělitelné právě dvěma různými přirozenými čísly, a to číslem 1 a sebou samým.

Přirozená čísla různá od 1, která nejsou prvočísla, se nazývají **složená čísla**.

Číslo 1 tedy není prvočíslo.

Prvočísla

Jediným sudým prvočíslem je číslo 2. Všechna ostatní prvočísla jsou lichá.

Vyhledávání dalších prvočísel je možné např. pomocí Eratosthenova síta, což je jednoduchý algoritmus, kde postupně vyškrťáváme násobky menších prvočísel.

Přehled prvních několika prvočísel:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41,
43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

Prvočísla

Každé složené číslo lze jednoznačně vyjádřit jako součin prvočísel. Proces rozkladu čísla na jeho prvočíselné činitele (prvočinitele) se nazývá faktORIZACE.

Např.

$$54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

S využitím mocnin lze tedy dané číslo tedy vyjádřit vztahem:

$$24 = 2^1 \cdot 3^3$$

Prvočísla

S pojmem prvočíselného rozkladu je úzce spjato hledání největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku dvou či více přirozených čísel.

Základním principem tohoto hledání je porovnání prvočíselných rozkladů jednotlivých přirozených čísel.

Prvočísla

Společným dělitelem několika čísel je takové přirozené číslo, kterým je každé z daných čísel dělitelné beze zbytku.

Největším společným dělitelem je pak maximum množiny všech společných dětelů.

Společným násobkem několika čísel je takové přirozené číslo, které je každým z daných čísel dělitelné beze zbytku.

Nejmenším společným dělitelem je pak minimum množiny všech společných násobků.

Prvočísla

Mějme dvě přirozená čísla

$$a = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_k^{\alpha_k}$$

$$b = p_1^{\beta_1} \cdot p_2^{\beta_2} \cdot \dots \cdot p_k^{\beta_k}$$

kde α_i, β_i jsou nezáporná celá čísla a p_i navzájem různá prvočísla.

Největším společným dělitelem je číslo:

$$D(a, b) = p_1^{\min\{\alpha_1; \beta_1\}} \cdot p_2^{\min\{\alpha_2; \beta_2\}} \cdot \dots \cdot p_k^{\min\{\alpha_k; \beta_k\}}$$

Nejmenším společným násobkem je číslo:

$$n(a, b) = p_1^{\max\{\alpha_1; \beta_1\}} \cdot p_2^{\max\{\alpha_2; \beta_2\}} \cdot \dots \cdot p_k^{\max\{\alpha_k; \beta_k\}}$$

Prvočísla

Prvočísla mají spoustu důležitých vlastností, kterých se využívá v tzv. teorii čísel. Mezi nejdůležitější patří:

- Pokud prvočíslo p dělí součin čísel $a \cdot b$, pak p dělí a nebo p dělí b .
- Každé prvočíslo p je dělitelem čísla $(a^p - a)$, kde a je libovolné celé číslo. Není-li číslo a násobkem čísla p , pak je prvočíslo p dělitelem čísla $(a^{p-1} - 1)$. Toto tvrzení je v literatuře tradičně označováno jako malá Fermatova věta.

Citace:

Příklady (není-li uvedeno jinak) a formulace definic jsou vlastní, pouze tematicky vycházejí z následující učebnice:

BUŠEK, Ivan a Emil CALDA. *Matematika pro gymnázia: základní poznatky*. 3., upr. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 178 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-807-1961-468.