

Úvod do matematiky

Mgr. Radek Horenský, Ph.D.

Výrazy II

Výrazy

Lomené výrazy jsou výrazy, které jsou zapsány ve tvaru zlomku.

Při práci s lomenými výrazy je zapotřebí určovat **podmínky**, tj. kdy má lomený výraz smysl.

Lomené výrazy je možno (stejně jako zlomky) vhodným způsobem upravovat:

- krátit a rozšiřovat stejným výrazem
- sčítat a odčítat
- násobit a dělit, umocňovat aj.

Výrazy

Při úpravách výrazů vhodně využíváme zejména následující rozklady:

$$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$$

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

Další nejčastěji používané vztahy jsou:

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

$$(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

$$(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

Výrazy

Příklad

Zjednodušte:

$$\frac{2x^2 - 4xy + 2y^2}{6x^2 - 6xy}$$

Řešení:

$$\frac{2x^2 - 4xy + 2y^2}{6x^2 - 6xy} = \frac{2(x - y)^2}{6x(x - y)} = \frac{x - y}{3x}$$

Podmínky:

$$x \neq 0, x \neq y$$

Výrazy

Příklad

Zjednodušte:

$$\frac{x - 2}{2x} + \frac{4 - x}{2(x + 2)}$$

Postup řešení:

Najdeme společný jmenovatel obou zlomků, zlomky rozšíříme, sečteme odpovídající si výrazy a výsledek zjednodušíme, pokud to lze.

Určíme podmínky.



Výrazy

Řešení:

$$\begin{aligned}\frac{x-2}{2x} + \frac{4-x}{2(x+2)} &= \frac{(x-2)(x+2) + (4-x)x}{2x(x+2)} = \\ &= \frac{x^2 - 4 + 4x - x^2}{2x(x+2)} = \frac{4(x-1)}{2x(x+2)} = \frac{2(x-1)}{x(x+2)}\end{aligned}$$

Podmínky:

$$x \neq 0, x \neq -2$$

Výrazy

Příklad

Zjednodušte:

$$\frac{xy - y^2}{x^2 + xy} : \frac{x^2 - xy}{xy + y^2}$$

Postup řešení:

Rozložíme jednotlivé jmenovatele na součin, dělení zlomků převedeme na násobení, zlomky zkrátíme a výsledek zjednodušíme, pokud to lze.

Určíme podmínky (ve jmenovateli je více členů!!!).

Výrazy

Řešení:

$$\begin{aligned} \frac{xy - y^2}{x^2 + xy} : \frac{x^2 - xy}{xy + y^2} &= \frac{y(x - y)}{x(x + y)} : \frac{x(x - y)}{y(x + y)} = \\ &= \frac{y(x - y)}{x(x + y)} \cdot \frac{y(x + y)}{x(x - y)} = \frac{y^2}{x^2} \end{aligned}$$

Podmínky:

$$x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y, x \neq y$$

Výrazy

Příklady (z matematických olympiád pro ZŠ)

Zjednodušte:

$$\left(\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} - \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \right) : \left(\frac{a + b}{a - b} - \frac{a - b}{a + b} \right)$$

Zjednodušte:

$$\left(\frac{a + b}{2a - 2b} - \frac{a - b}{2a + 2b} + \frac{2b^2}{a^2 - b^2} \right) : \frac{4b}{(a^2 + b^2)(a - b)}$$

Výrazy

Řešení dané dvojice příkladů:

1. $\frac{ab}{a^2+b^2}$, kde $a \neq b$, $a \neq -b$.

2. $\frac{a^2+b^2}{2}$, kde $a \neq b$, $a \neq -b$, $b \neq 0$.

Citace:

Příklady (není-li uvedeno jinak) a formulace definic jsou vlastní, pouze tematicky vycházejí z následující učebnice:

BUŠEK, Ivan a Emil CALDA. *Matematika pro gymnázia: základní poznatky*. 3., upr. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 178 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-807-1961-468.

