



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

|                    |                                                                 |
|--------------------|-----------------------------------------------------------------|
| Název školy        | Gymnázium, Šternberk, Horní nám. 5                              |
| Číslo projektu     | CZ.1.07/1.5.00/34.0218                                          |
| Šablona            | III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT           |
| Označení materiálu | VY_32_INOVACE_Hor003                                            |
| Vypracoval(a), dne | Mgr. Radek Horenský, Ph.D., 10.2.2013                           |
| Ověřeno (datum)    | 6.3.2013                                                        |
| Předmět            | Matematika                                                      |
| Třída              | 3.A                                                             |
| Téma hodiny        | Kombinatorická pravidla – Dirichletův princip                   |
| Druh materiálu     | Prezentace v Powerpointu                                        |
| Anotace            | Základní kombinatorická pravidla, využití Dirichletova principu |

# Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika

Mgr. Radek Horenský, Ph.D.

## **Kombinatorická pravidla - Dirichletův princip**

# Dirichletův princip

Jako první jej pod názvem *Schubfachprinzip* (**zásuvkový princip**) uvedl v roce 1834 německý matematik Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805–1859).

Pod označením zásuvkový princip (*principio dei cassetti*) je dodnes používán např. v italštině.

V angličtině se používá zejména označení *pigeonhole principle* (**princip holubníku**), v dalších jazycích (např. v ruštině) pak **Dirichletův princip**.

- 
-

# Dirichletův princip

## Základní myšlenka:

Umístíme-li  $m$  předmětů do  $n$  přihrádek ( $m, n$  jsou přirozená čísla), kde  $m > n$ , pak bude existovat alespoň jedna přihrádka, ve které budou alespoň dva předměty.

Umístíme-li  $kn+1$  předmětů do  $n$  přihrádek ( $k, n$  jsou přirozená čísla), pak v alespoň jedné přihrádce bude alespoň  $k+1$  předmětů.

# Dirichletův princip

## **Příklad 1:**

V koši je 10 černých a 20 bílých ponožek. Bez toho, že bychom do koše nahlíželi, z něj budeme vytahovat po jedné ponožce.

Otázkou je, kolik nejméně budeme muset vytáhnout ponožek, abychom měli jistotu, že budeme mít alespoň jeden pár stejné barvy.

# Dirichletův princip

## **Příklad 1:**

V koši je 10 černých a 20 bílých ponožek. Bez toho, že bychom do koše nahlíželi, z něj budeme vytahovat po jedné ponožce.

Otázkou je, kolik nejméně budeme muset vytáhnout ponožek, abychom měli jistotu, že budeme mít alespoň jeden pár stejné barvy.

## **Řešení:**

K dispozici máme 2 různé barvy ponožek, proto nám stačí náhodně vybrat  $2 + 1 = 3$  ponožky.

# Dirichletův princip

## **Příklad 2:**

Dokažte, že v České Republice existuje alespoň 20 lidí, kteří mají na hlavě stejný počet vlasů.

Pozn: V průměru máme 100 000 vlasů, přitom však platí, že v závislosti na přírodní barvě vlasů se počet mění. Světlovlasí lidé mívají až 140 000 vlasů, zatímco zrzaví "jen" asi 80 000 vlasů. Maximální počet vlasů, který může mít člověk na hlavě, je odhadován na 200 000.

# Dirichletův princip

## **Příklad 3:**

Dokažte, že v České Republice existuje alespoň 20 lidí, kteří mají na hlavě stejný počet vlasů.

## **Řešení:**

Kdyby od každého počtu vlasů (0 až 140 000) bylo maximálně 19 lidí, měli bychom  $19 \cdot 140\,001 = 2\,660\,019$  lidí. Česko má však zhruba 10 milionů obyvatel, proto minimálně jeden počet musí být zastoupen alespoň 20krát.



# Dirichletův princip

## **Příklad 3:**

Dokažte, že mezi 25 účastníky večírku existují alespoň dva, kteří si při slavnostním zahájení přitukli skleničkou se stejným počtem účastníků.

# Dirichletův princip

## **Příklad 3:**

Dokažte, že mezi 25 účastníky večírku existují alespoň dva, kteří si při slavnostním zahájení přitukli skleničkou se stejným počtem účastníků.

## **Řešení:**

Počet účastníků, se kterými si každý mohl potřást rukou, je vyjádřen nezáporným celým číslem z množiny  $\{0, 1, 2, \dots, 24\}$ . Vzhledem k tomu, že počet 0 a 24 nemohou nastat současně, máme k dispozici maximálně 24 možností pro 25 osob. Alespoň dva si tedy nutně museli podat ruku se stejným počtem lidí.

# Citace:

Příklady (není-li uvedeno jinak) a formulace definic jsou vlastní, resp. všeobecně známé, pouze tematicky vycházejí z následující učebnice:

CALDA, Emil a Václav DUPAČ. *Matematika pro gymnázia: kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 4., upr. vyd. Praha: Prometheus, c2001, 170 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-807-1961-475.