



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

| | |
|--------------------|---|
| Název školy | Gymnázium, Šternberk, Horní nám. 5 |
| Číslo projektu | CZ.1.07/1.5.00/34.0218 |
| Šablona | III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT |
| Označení materiálu | VY_32_INOVACE_Hor006 |
| Vypracoval(a), dne | Mgr. Radek Horenský, Ph.D., 3.3.2013 |
| Ověřeno (datum) | 10.4.2013 |
| Předmět | Matematika |
| Třída | 3.A |
| Téma hodiny | Variace bez opakování |
| Druh materiálu | Prezentace v Powerpointu |
| Anotace | Základní pravidla pro variace bez opakování |

Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika

Mgr. Radek Horenský, Ph.D.

Variace bez opakování

Variace bez opakování

Variace k –té třídy z n prvků.

Mějme konečnou množinu $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ a přirozené číslo $k \leq n$. Libovolné pořadí z některé k – prvkové podmnožiny množiny A nazveme k – prvkovou variací z n – prvkové množiny A .

Je to tedy uspořádaná k – tice z prvků množiny A , kde se každý prvek vyskytuje právě jednou, zbylých $(n - k)$ se tedy nevyskytuje vůbec.

Pro celkový počet $V(k, n)$ všech k – prvkových variací z n prvků platí

$$V(k, n) = \underbrace{n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot (n - k + 1)}_{k \text{ činitelů}}.$$

Variace bez opakování

Důkaz daného vztahu lze provést více způsoby, nejprve ukážeme využití kombinatorického pravidla součinu.

První prvek uspořádané n – tice můžeme vybrat n různými způsoby, druhý prvek $(n - 1)$ způsoby (možností je o 1 méně, protože jsme už jeden prvek použili), atd. až pro výběr posledního prvku máme $(n - k + 1)$ způsobů, zbylých $(n - k)$ prvků pro vytvoření variace nepoužijeme.



Variace bez opakování

Důkaz lze provést také využitím pořadí prvků.

Uvažujeme-li všech $n!$ pořadí prvků množiny A , můžeme je rozdělit do skupin tak, že se shodují na počátečních k místech. Počet těchto skupin je zřejmě $V(k, n)$.

Počet prvků dané skupiny je určen počtem pořadí zbývajících $(n - k)$ prvků, kterých je $(n - k)!$, pro počet variací tedy platí

$$V(k, n) = \frac{P(n)}{P(n - k)} = \frac{n!}{(n - k)!}$$

Variace bez opakování

Ukažme nyní pro ilustraci několik jednoduchých příkladů:

Příklad 1:

Z devítičlenného představenstva společnosti má být vybrán předseda, místopředseda a jednatel. Kolika způsoby lze tento výběr provést?

Variace bez opakování

Příklad 1:

Z devítičlenného představenstva společnosti má být vybrán předseda, místopředseda a jednatel. Kolika způsoby lze tento výběr provést?

Řešení:

Předsedu lze vybrat devíti způsoby, místopředsedu osmi a jednatele sedmi způsoby. Jedná se tedy o počet všech tříprvkových variací z devíti prvků, který je roven

$$V(3,9) = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504.$$

Variace bez opakování

Příklad 2:

Kolik čtyřmístných přirozených čísel lze sestavit z číslic 0, 1, 2, 3, 4, 5 nesmí-li se žádná číslice opakovat? Kolik je mezi nimi sudých čísel?

Variace bez opakování

Příklad 2:

Kolik čtyřmístných přirozených čísel lze sestavit z číslic 0, 1, 2, 3, 4, 5 nesmí-li se žádná číslice opakovat? Kolik je mezi nimi sudých čísel?

Řešení:

První číslici lze vybrat 5 způsoby, další tři vybíráme ze zbylých 5 číslic. Takových čísel je

$$5 \cdot V(3,5) = 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 300.$$

Všechna sudá čísla rozdělme podle poslední číslice. Čísel končících nulou je $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$, čísel končících dvojkou je $4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$, stejný počet je i čísel končících čtverkou.

Celkově je tedy sudých čísel

$$60 + 48 + 48 = 156.$$

Variace bez opakování

Příklad 3:

Na startu vytrvalostního závodu na 10 km se postavilo 21 závodníků. Kolik je různých možností obsazení prvních tří medailových míst?

Variace bez opakování

Příklad 3:

Na startu vytrvalostního závodu na 10 km se postavilo 21 závodníků. Kolik je různých možností obsazení prvních tří medailových míst?

Řešení:

V úloze zřejmě hledáme počet všech uspořádaných trojic z 21 prvků. Počet takových trojic je

$$V(3,21) = 21 \cdot 20 \cdot 19 = 7980.$$

Citace:

Příklady (není-li uvedeno jinak) a formulace definic jsou vlastní, resp. všeobecně známé, pouze tematicky vycházejí z následující učebnice:

CALDA, Emil a Václav DUPAČ. *Matematika pro gymnázia: kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 4., upr. vyd. Praha: Prometheus, c2001, 170 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-807-1961-475.