



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název školy	Gymnázium, Šternberk, Horní nám. 5
Číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.0218
Šablona	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Označení materiálu	VY_32_INOVACE_Hor007
Vypracoval(a), dne	Mgr. Radek Horenský, Ph.D., 3.3.2013
Ověřeno (datum)	15.4.2013
Předmět	Matematika
Třída	3.A
Téma hodiny	Variace s opakováním
Druh materiálu	Prezentace v Powerpointu
Anotace	Základní pravidla pro variace s opakováním

Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika

Mgr. Radek Horenský, Ph.D.

Variace s opakováním

Variace s opakováním

Variace k –té třídy z n prvků s opakováním.

Mějme konečnou množinu $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ a přirozené číslo $k \leq n$. Libovolnou uspořádanou k –tici prvků z množiny A , přičemž prvky ve výběru nemusí být navzájem různé, nazveme k –prvkovou variací s opakováním z n –prvkové množiny A .

Počet takových variací označujeme $V'(k, n)$ a pro počet všech k –prvkových variací s opakováním z n prvků platí

$$V'(k, n) = \underbrace{n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_{k \text{ činitelů}} = n^k.$$

Variace s opakováním

Důkaz daného vztahu je velmi jednoduchý, vyplývá z kombinatorického pravidla součinu.

Každý prvek uspořádané k –tice můžeme vybrat n různými způsoby, dané výběry se navzájem neovlivňují.

Proto je celkový počet výběrů dán součinem:

$$n \cdot n \cdot \dots \cdot n = n^k$$

Variace s opakováním

Ukažme nyní pro ilustraci několik jednoduchých příkladů:

Příklad 1:

Petr byl během jednoho dne zkoušen ze čtyř předmětů. Určete, kolika různými způsoby mohlo zkoušení dopadnout.

Variace s opakováním

Příklad 1:

Petr byl během jednoho dne zkoušen ze čtyř předmětů. Určete, kolika různými způsoby mohlo zkoušení dopadnout.

Řešení:

Z každého předmětu mohl získat jednu z pěti známek klasifikační stupnice. Hledáme tedy o počet všech čtyřprvkových variací z pěti prvků, který je roven

$$V'(4,5) = 5^4 = 625.$$

Variace s opakováním

Příklad 2:

Uvažujme všechna nezáporná celá čísla menší než milion. Kterých čísel je více, těch, které ve svém zápisu neobsahují číslici 1, nebo těch, v jejichž zápisu je číslice 1 alespoň jednou použita?

Variace s opakováním

Příklad 2:

Uvažujme všechna nezáporná celá čísla menší než milion. Kterých čísel je více, těch, které ve svém zápisu neobsahují číslici 1, nebo těch, v jejichž zápisu je číslice 1 alespoň jednou použita?

Řešení:

Doplníme-li méněciferná čísla patřičným počtem nul, můžeme počet všech nezáporných čísel menších než milion vyjádřit jako

$$V'(6,10) = 10^6.$$

Počet všech nezáporných čísel menších než milion, v jejichž zápisu není obsažena číslice 1, je pak analogicky roven

$$V'(6,9) = 9^6 = 531441.$$

Čísel, která jedničku obsahují je tedy méně, konkrétně

$$10^6 - 9^6 = 468559.$$

Variace s opakováním

Příklad 3:

Určete počet všech podmnožin konečné osmiprvkové množiny.

Variace s opakováním

Příklad 3:

Určete počet všech podmnožin konečné osmiprvkové množiny.

Řešení:

Každou podmnožinu jsme schopni charakterizovat pomocí desetimístného kódu z jedniček a nul, kde jednička na i –tém místě znamená, že daný prvek a_i je v podmnožině, nula označuje, že prvek zastoupen není. Počet všech takových kódů je roven počtu všech podmnožin, a to

$$V'(8,2) = 2^8 = 256.$$

Citace:

Příklady (není-li uvedeno jinak) a formulace definic jsou vlastní, resp. všeobecně známé, pouze tematicky vycházejí z následující učebnice:

CALDA, Emil a Václav DUPAČ. *Matematika pro gymnázia: kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 4., upr. vyd. Praha: Prometheus, c2001, 170 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-807-1961-475.